ENGENHARIA DIDÁTICA: UM REFERENCIAL PARA AÇÃO INVESTIGATIVA E PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Vera Clotilde Garcia Carneiro [1]

(CARNEIRO, Vera Clotilde GARCIA. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática. **Zetetike,** Campinas-UNICAMP, v. 13, n. 23, 2005, p. 85-118)

Resumo

O presente texto constitui estudo de caso de atividade formadora de professores de Matemática, informada e orientada pelos princípios da Engenharia Didática. O objetivo do trabalho não está tão centrado na experiência didática realizada – ensino de geometria com uso de *softwares* - quanto nas características do funcionamento metodológico desta teoria, vista como um referencial para articular pesquisa e ação didática. O artigo traz um Mapa da Engenharia, que pode ser um exemplo de roteiro racional para as reflexões do professor, em formação inicial ou continuada, e que abrange: descrição e justificativa da escolha do tema e do local da ação; análise do ensino habitual nas dimensões epistemológica, cognitiva e didática; escolhas e hipóteses que acompanham o planejamento da ação, experimentação, análise posterior, validação; e considerações sobre a reprodutibilidade do produto didático.

Palavras-chave: Formação de professores de Matemática, Engenharia Didática, Pesquisa em Educação Matemática, Ensino de Matemática.

Introdução

O presente artigo relata ação pedagógica investigativa, na área de Ensino de Matemática, que se constitui em atividade formadora de professores, tendo como objetivo contribuir para desenvolver não apenas o "espírito investigador", mas também a percepção de que professor pesquisador é aquele que consegue articular ação didática com produção de conhecimento. Nesse sentido, desenvolvemos um caso concreto de aplicação da Engenharia Didática, inspirados na obra de Michele Artigue (1994, 1996), autora da área de Didática da Matemática francesa.

[1] Esta investigação foi realizada com recursos PROADE-FAPERGS.

Por um lado, este artigo tem a intenção de contribuir com um movimento de reconstrução e renovação que se instala hoje entre as licenciaturas em geral e nos cursos de Matemática, em particular, em resposta às recomendações do MEC-CNE no sentido de relacionar prática docente com pesquisa. Por outro lado, ao discutir a teoria e a aplicabilidade da Engenharia Didática, espera-se contribuir também para a ampliação do leque de caminhos que se abrem para a produção científica inscrita na área 46 da CAPES, denominada Ensino de Matemática e de Ciências.

A Resolução do CNE/CP 1, de 18 de fevereiro de 2002, apresenta as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior — um conjunto de princípios e fundamentos a serem observados na organização institucional e curricular. Um dos itens mais inovadores do documento consiste na especial valorização dada à prática, definida como lugar, foco e fonte de pesquisa. O documento enfatiza a necessidade de associar o preparo do professor ao aprimoramento das práticas investigativas. O conhecimento de processos de investigação vai possibilitar o aperfeiçoamento das práticas pedagógicas, que devem ser desenvolvidas com ênfase nos procedimentos de observação e reflexão, visando atuação em situações contextualizadas.

Também na direção da formação de professores, foi recentemente criada a área de Ensino de Ciências e Matemática, da CAPES, que tem incentivado a organização de Mestrados Profissionalizantes, dirigidos para professores em exercício. Esses cursos prevêem a elaboração de um trabalho final de pesquisa profissional, aplicada, com desenvolvimento de processos ou produtos de natureza educacional, visando a melhoria do ensino na área específica. Ou seja, espera-se que o professor possa produzir conhecimento novo e reprodutível, tomando, como foco e alvo, seu próprio trabalho docente.

Para contribuir na formação inicial e continuada do "professor pesquisador", trazemos um estudo de caso que pode servir para apresentar e detalhar uma metodologia, com potencial para servir de base para as pesquisas de sala de aula: a Engenharia Didática.

Este é um relato de ação pedagógica/investigativa: planejamento e implementação de projeto para ensino de tópicos específicos de geometria, no nível médio, que se torna ação investigativa, com metodologia de trabalho inspirada nos princípios da Engenharia Didática.

Engenharia Didática

O termo Engenharia Didática (Artigue, 1994, 1996), criado na área de Didática das Matemáticas, na França, na década de 80, tem inspiração no trabalho do engenheiro, cuja produção exige sólido conhecimento científico, básico e essencial, mas também exige enfrentamento de problemas práticos para os quais não existe teoria prévia — momentos em que é preciso construir soluções.

A origem desta teoria está na preocupação com uma certa "ideologia da inovação" presente no domínio educativo, que abre caminho para qualquer tipo de experiência na sala de aula, descolada de fundamentação científica. Ao mesmo tempo, está relacionada com o movimento de valorização do saber prático do professor, com a consciência de que as teorias desenvolvidas fora da sala de aula são insuficientes para captar a complexidade do sistema e para, de alguma forma, influir na transformação das tradições de ensino. Nesta perspectiva, a questão consiste em afirmar a possibilidade de agir de forma racional, com base em conhecimentos matemáticos e didáticos, destacando a importância da *realização didática* na sala de aula como prática de investigação.

A Engenharia Didática foi criada para atender a duas questões: a) (a questão d)as relações entre pesquisa e ação no sistema de ensino; b) (a questão d)o lugar reservado para as realizações didáticas entre as metodologias de pesquisa. É uma expressão com duplo sentido. Designa produções para o ensino, derivadas de resultados de pesquisa, e também designa uma específica metodologia de pesquisa baseada em experiências de sala de aula.

Nessa linha, prática de ensino é articulada com prática de investigação. A teoria da Engenharia Didática pode ser vista como referencial para o desenvolvimento de produtos para o ensino, gerados na junção do conhecimento prático com o conhecimento teórico.

A idéia deste texto é expor um trabalho de microengenharia didática, no qual se teve o cuidado de fazer um recorte coerente dos objetos do conhecimento, reduzindo o foco de investigação/ação, com o principal objetivo de mostrar formas concretas de adaptar e aplicar, de uma forma bastante simplificada, os princípios desta opção metodológica. Neste momento, o maior destaque não está na experiência realizada, mas nas características do funcionamento metodológico da Engenharia Didática. É preciso salientar que esta metodologia está fundamentada numa teoria muito ampla, que envolve a teoria das situações didáticas, dos quadros epistemológicos e dos obstáculos cognitivos desenvolvidas por autores da didática das matemáticas francesa, Brousseau, Douady e Chevallard.

Estamos trazendo aqui uma adaptação simplificada, voltada para a formação de professores, espécie de roteiro para as reflexões sobre a ação, na ação e após-a-ação. Aconselhamos estudos mais aprofundados das obras dos estudiosos aqui citados.

Uma Engenharia Didática, segundo Artigue (1996), inclui quatro fases: 1) análises prévias; 2) concepção e análise a priori de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas na sala de aula de Matemática; 3) implementação da experiência; 4) análise a posteriori e validação da experiência. Entretanto, no desenvolver deste trabalho, vamos, pouco a pouco, delineando caminhos para a reflexão que vão além desta divisão simplificada, chegando a um Mapa da Engenharia, que pode ser visto nos Anexos. Este artigo foi construído, seguindo os percursos do Mapa. A numeração dos itens diz respeito ao Mapa.

I. O tema e o campo de ação

No caso que estamos a relatar, o Grupo de Trabalho é formado por esta professora (Doutora em Educação e Mestre em Matemática, lotada no Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul) e seis estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS matriculados na disciplina Laboratório de Ensino III. Os Laboratórios, em número de três, com 60 horas cada um, são definidos como "disciplinas de prática de ensino", oferecidos pelo Departamento de Matemática e ministrados por professores deste Departamento. Faz parte dos objetivos destas disciplinas contribuir para a formação de um professor com potencial para tomar sua sala de aula e seu trabalho docente como foco e alvo de pesquisa.

O Grupo iniciou o semestre estudando textos de Michele Artigue (1994, 1996). À medida que o estudo se desenvolveu, tornaram-se necessárias outras leituras. Fizemos contato com professoras da rede pública que costumavam participar de ações de extensão DMPA-UFRGS, para buscar um campo de ação e um tema de estudo. Uma dessas professoras, Prof. Vera Meira, da rede pública estadual de Porto Alegre, aderiu ao projeto e obteve apoio da sua escola, oferecendo sua sala de aula regular, com alunos da 2ª série do nível médio, como campo de trabalho. Turma com 25 alunos, turno da tarde. A professora tornou-se membro ativo do Grupo, participando nas reuniões, estudando e propondo caminhos.

Muitas questões se impuseram: de quais conteúdos vamos tratar? O que podemos escolher como um conjunto de saberes que se ofereça como um recorte coerente da Matemática escolar, importante e auto-suficiente em si mesmo, adequado para uma ação de microengenharia?

Os licenciandos do Grupo optaram por enfocar o tópico dos quadriláteros, na geometria euclidiana, motivados por sua experiência recente como alunos de Geometria. Reconheciam que pouco sabiam, ao ingressarem na Universidade, e que aprenderam muito utilizando *softwares*. Gostariam de realizar experiência de ensino nesta linha. No entanto, como justificar a importância do ensino dos quadriláteros, para os alunos do nível médio, sabendo que este conteúdo é ministrado no nível fundamental?

Iniciamos a justificativa, pensando nas razões do ensino de geometria. Geometria é um corpo de conhecimentos milenar, parte do acervo cultural da humanidade. Espera-se que um adulto alfabetizado demonstre competências básicas da geometria, entre elas linguagem específica e habilidades de visualização e representação, tais como a denominação dos quadriláteros, sua identificação e construção. Aprender geometria também significa estabelecer relações entre diferentes conceitos, muitos deles parte integrante do nosso dia-a-dia, como por exemplo, as noções de reta, segmentos, ângulos, pontos de interseção, retas perpendiculares, relações de paralelismo e de congruência. As noções de geometria também estão articuladas com o trabalho com números e medidas, semelhanças e proporcionalidades. Além disso, o ensino e a aprendizagem de geometria propiciam o desenvolvimento de um certo tipo de pensamento lógico, organizado, estruturado e sistemático que auxilia na resolução de problemas dos mais diversos tipos. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997) para o ensino fundamental, os conceitos geométricos são parte importante do currículo de Matemática porque, por meio deles, o aluno *desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive* (p.41).

Na geometria, o estudo dos quadriláteros é emblemático. O ensino usual é desenvolvido na 5ª série do nível fundamental, em geral numa abordagem intuitiva e informal. Pode-se retornar ao tema no nível médio, visando classificação e sistematização, mas isto, em geral, não é feito. No nível superior, nas licenciaturas, a abordagem enfatiza o raciocínio dedutivo e a linguagem formal. A compreensão dos quadriláteros envolve a compreensão das noções primitivas de geometria e das suas relações, mobiliza linguagem geométrica precisa, articulação entre idéias e pensamento lógico para formular e compreender enunciados. Além disso, é conteúdo não muito extenso, pode ser tratado em poucas horas de aula e, apesar de sua importância, é pouco explorado.

II. Análises prévias e o Ensino habitual de Geometria

A primeira etapa da Engenharia, a etapa das análises prévias, é estruturada com objetivos de analisar o funcionamento do ensino habitual do conteúdo, para propor uma intervenção que modifique para melhor a sala de aula usual. A análise é feita para esclarecer os efeitos do ensino tradicional, as concepções dos alunos e as dificuldades e obstáculos que marcam a evolução das concepções. A tradição é vista como um estado de equilíbrio do funcionamento de um sistema dinâmico, que tem falhas. A reflexão sobre essas falhas torna-se o ponto de partida para determinar condições possíveis de um ponto de funcionamento mais satisfatório.

Artigue (1996) sugere que essa análise inclua a distinção de três dimensões: 1) dimensão epistemológica, associada às características do saber em jogo; 2) dimensão didática, associada às características do funcionamento do sistema de ensino; 3) dimensão cognitiva, associada às características do público ao qual se dirige o ensino.

Dimensão epistemológica, associada às características do saber em jogo

Inspirados pelo estudo de Eves (1992) e pelos textos de Lindquist e Shulte (1994), delineamos um quadro que mostra parcialmente a evolução histórica da Geometria, salientando sua natureza mutável, com diferentes conotações, no correr dos séculos: geometria intuitiva, geometria científica, geometria dedutiva, geometria das transformações, geometria avançada.

Geometria intuitiva, ou geometria do subconsciente, é aquela que tem sua origem nas observações do espaço físico real. O homem observa, compara, reconhece. Nascem aí as noções primitivas: distância, figuras geométricas simples, paralelismo e 5perpendicularismo.

Geometria científica surge do trabalho da mente humana sobre as noções primitivas, consolidando-as conscientemente, num conjunto de regras e leis mais gerais.

Geometria dedutiva, ou demonstrativa, foi introduzida pelos gregos e corresponde ao uso do pensamento lógico dedutivo para ampliar o corpo de leis e regras iniciais, constituindo a geometria euclidiana. Nesta concepção, "espaço" deixa de ser o real e passa a ser idealizado, lugar onde os objetos se podem deslocar livremente e ser comparados uns com os outros.

Geometria das transformações é uma maneira mais global do que local de ver a geometria e teve origem na percepção de que existem várias geometrias, a euclidiana e as não euclidianas, criadas no século XIX. Nesta época, "espaço" passa a ser visto como um lugar onde os objetos podem ser comparados entre si. A idéia central passa a ser um grupo de transformações congruentes (simetrias, movimentos rígidos) do espaço em si mesmo e

a geometria passa a ser considerada como o estudo das propriedades das configurações de pontos que permanecem inalteradas quando o espaço circundante é sujeito a essas transformações (Eves, 1992, pág.27).

Recorremos à expressão "geometria avançada", para designar uma concepção mais recente e muito geral de geometria, como teoria de um espaço definido como conjunto objetos e conjunto de relações entre os objetos. Segundo Eves (1992), hoje, geometria não é considerada como um corpo de conhecimentos separado e determinado, mas como um ponto de vista, uma maneira particular de raciocinar e tratar dos problemas.

O ensino da geometria, no Brasil, inicia-se no nível fundamental e claramente está centrado na geometria intuitiva, com passagem pela geometria científica. Apenas em textos didáticos e acadêmicos bem recentes, nota-se uma evolução na direção da geometria das transformações

Dimensão didática, associada às características do funcionamento do sistema de ensino

Analisamos Bianchini (1991), obra distribuída pelo MEC-FAE-PNLD, para as escolas públicas, volume dedicado à 5ª série do fundamental, para investigar como é feita a abordagem do tema em pauta: os quadriláteros. A seqüência de conteúdos proposta é clássica: ponto, reta, plano; figuras geométricas; posições relativas de duas retas no plano; semi-reta; segmento de reta; segmentos consecutivos; segmentos colineares; medidas de segmentos; segmentos congruentes; curvas abertas e fechadas; linha poligonal; regiões convexas; ângulo; polígonos; triângulos; QUADRILÁTEROS; classificação dos paralelogramos. O texto inicia-se com uma passagem rápida pelo mundo real, geometria intuitiva, e passa para a geometria científica, trabalhando as noções primitivas e consolidando-as.

Em outro texto, Bigode (1994) dá mais ênfase à geometria intuitiva, explora o mundo real, trabalha com recortes, dobraduras, uso do Tangram, com a vantagem de conseguir “descolar” os objetos geométricos da página dos livros, fazendo-os mover (OU “movendo-os”). Introduz a geometria dedutiva, quando se preocupa com os movimentos dos objetos, comparando-os entre si.

Mais recente, o texto de Pires, Curi e Pietropaolo (2002), também dirigido para 5ª série, apóia-se fortemente na geometria intuitiva, mas vai além da geometria científica quando se preocupa com movimentos das figuras, introduz eixos de simetria e, no volume da 6ª série, define transformações geométricas. Nesta direção, encontramos sugestões em vários textos da obra de Lindquist e Shulte (1994), recomendada pelo National Council of Teachers of Mathematics of USA.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997) salientam a importância das atividades de transformação das figuras geométricas (rotação, translação, ampliação e redução), para adquirir percepção espacial.

O advento da tecnologia informática e de *softwares* dinâmicos para ensino de Geometria trouxe para o ensino a possibilidade de movimentar as figuras em *softwares* interativos, como o Cabri Géomètre, o Geometer's Sketchpad e o Geometricks.

Também textos acadêmicos, como os de Gravina (1999, 2001) e Laborde e Capponi (1994), que veiculam novas propostas, têm seus fundamentos nas concepções da geometria das transformações.

Segundo Gravina (2001), os ambientes de geometria dinâmica são ferramentas informáticas que oferecem régua e compasso virtuais, permitindo a construção de objetos geométricos a partir das propriedades que os definem. São "micromundos" que concretizam um domínio teórico, no caso da geometria euclidiana, pela construção de seus objetos e de representações que podem ser manipuladas diretamente na tela do computador.

O processo de construção é feito mediante escolhas de primitivas disponibilizadas pelo programa em seus diferentes menus – pontos, retas, círculos, retas paralelas, retas perpendiculares, transformações geométricas. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõem o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que o caracterizam. Os programas oferecem o recurso da "estabilidade sob a ação de movimentos". Um objeto geométrico é representado por uma coleção de "desenhos em movimento", uma família de figuras. Os invariantes que aí aparecem correspondem às propriedades geométricas intrínsecas ao conceito.

Nesses estudos, objeto geométrico - um tipo especial de quadrilátero, por exemplo – é definido a partir de duas componentes: componente conceitual e componente figural. A componente conceitual expressa propriedades que caracterizam toda uma família de figuras, com diferentes dimensões e posições, e a componente figural corresponde à imagem mental que associamos ao conceito. A harmonia entre as duas componentes determina a noção correta sobre objeto geométrico.

Analisando os livros didáticos de 5ª série do nível fundamental, nesta nova perspectiva, é fácil ver que o ensino usual dos quadriláteros está centrado na componente figural. O estudante, restrito ao lápis e ao papel, no caderno ou no livro didático, não desenvolve o conceito de invariância. Como reconhecer invariantes em figuras que não variam, que não têm movimento, que são estáticas? Por outro lado, poucos livros didáticos tratam das transformações geométricas. As noções de movimento e de transformações do plano estão ausentes do currículo tradicional da escola básica.

Com relação às construções de figuras que representem um objeto geométrico, o ensino de Geometria tradicional sugere que os métodos aproximativos são aceitáveis. Um aluno ou mesmo um professor traça no papel uma figura que parece um quadrado e trabalha sobre ele. Um professor mais cuidadoso pede para os alunos traçarem quadrados usando régua e esquadro. A régua assegura que os lados têm a mesma medida; o esquadro garante que os ângulos medem 90 graus. A régua e o esquadro são posicionados de modo a preservar o paralelismo com as linhas e margens do papel. Deste modo o aluno constrói a figura prototípica de quadrado, parecida com todas aquelas que circulam nos livros didáticos.

No ensino fundamental usual, o ensino dos quadriláteros não é considerado problemático. Parece que envolve apenas dois objetivos: identificar figuras e denominá-las. Nesta linha, espera-se que o aluno memorize os quadriláteros fundamentais, associando-os com figuras prototípicas. Dá-se, assim, por concluído o ensino dos quadriláteros, na 5ª série do nível fundamental.

Como efeito dessa prática, os alunos e professores da escola básica consideram que este é um conteúdo sem importância, pois só mobiliza a memória. Ensinar/aprender seria só uma questão de dicionário, memorizar palavras, e sua definição, apenas uma questão de linguagem.

Dimensão cognitiva, associada às características do público ao qual se dirige o ensino: questões envolvendo quadriláteros

Num primeiro encontro com os alunos da escola participante do projeto, antes de iniciar a ação, buscamos atualizar e formalizar dados sobre suas concepções a respeito do tema. O que os alunos do ensino médio sabem sobre os quadriláteros? Precisávamos nos situar a respeito dos seus conhecimentos prévios. Nesse sentido, foram propostas duas questões sobre quadriláteros (Anexo).

A Atividade A foi elaborada para verificar se os alunos tinham os conhecimentos mínimos exigidos no nível fundamental, momento em que, usualmente, o ensino de quadriláteros é desenvolvido: identificação e denominação das figuras quadriláteras. A Atividade B foi elaborada para verificar se os alunos manifestavam compreensão de um texto que informa as características de cada quadrilátero, ilustrando o texto com figuras adequadas. As duas questões se completariam num quadro que mostraria a harmonização entre as componentes conceitual e figural dos objetos geométricos em estudo.

A análise das respostas nos permitiu concluir sobre a importância da nossa intervenção e delinear objetivos cognitivos claros, assim como nos levou a buscar mais bibliografia a respeito do tema.

Os estudantes daquela sala de aula só manifestaram certezas na identificação de quadrados posicionados de forma prototípica. Mesmo nessa parte, justificaram suas escolhas com referência a uma imagem pré-construída, mostrando a componente figural que predomina: "é um quadrado porque é igual a um quadrado". Encontramos afirmações como esta: "É retângulo porque é parecido com retângulo".

As demais figuras foram reconhecidas por poucos. Nas justificativas sempre incluem quadrado e retângulo, como referência. Para eles, o losango, por exemplo, é apenas uma figura diferente do quadrado e do retângulo. Nenhum dos alunos reconheceu um quadrado como sendo também losango.

Na Atividade B, os estudantes desenharam quadrados e retângulos para todos os itens. Um deles desenhou um cubo, no item que pedia um quadrilátero com lados e ângulos iguais. Evidenciamos a dissociação entre enunciados e figuras, ou seja, entre as componentes conceitual e figural que constituem os objetos da Geometria.

A Teoria de Van Hiele (Nasser,1990) serve de base para a compreensão do estágio cognitivo dos alunos:

O modelo de aprendizagem proposto pelo casal de educadores holandeses, Dina e Pierre van Hiele, sugere que aprendizes da Geometria se movem através de níveis de compreensão, numerados de 0 a 4. O nível zero, básico, é o nível da visualização. Os estudantes reconhecem as figuras geométricas simples e as nomeiam (triângulos, quadrados, retângulos), mas não reconhecem suas propriedades. No nível 1, os estudantes têm capacidade de análise, estabelecendo e relacionando as propriedades básicas das figuras, mas não relacionando figuras diferentes. O nível 2 é o da dedução informal. Os estudantes relacionam as propriedades de uma mesma figura e também relacionam figuras diferentes; por exemplo, conseguem afirmar que todo quadrado é retângulo. Apenas no nível 3, os estudantes conseguem justificar suas afirmações, deduzindo resultados da Geometria, com coerência lógica. O último nível é o 4, o nível do rigor. Quando a Geometria passa a ser vista como um mundo abstrato, independente de exemplos concretos. Neste nível, o estudante está apto para compreender outras geometrias, além da geometria euclidiana.

No nosso caso, localizamos os alunos do nível médio, parte deste projeto, no nível cognitivo básico, na aprendizagem de Geometria. Reconhecem algumas figuras geométricas por sua aparência global, mas não identificam explicitamente suas propriedades. Não têm habilidades para observação e análise das figuras, não conseguem reconhecer propriedades e não relacionam as figuras entre si.

O objetivo do nosso trabalho foi construir um objeto de ensino epistemologicamente mais satisfatório, principalmente por abrir o caminho para a geometria das transformações, ampliando as concepções dos alunos com relação aos objetos geométricos.

Resumo das Análises prévias

Como constatamos que o ensino usual está centrado na geometria intuitiva e científica, parece natural delinear o objeto desta ação/investigação: estudar a viabilidade de uma abordagem epistemologicamente mais satisfatória, a geometria das transformações, identificando e descrevendo os constrangimentos que se opõem à extensão do ensino a este outro quadro. Buscamos, nas análises prévias, as razões da manutenção do ensino usual, predominante, listando os constrangimentos que dificultam a mudança de estado. Pela modificação de pelo menos um destes constrangimentos, pode-se ter o sistema estabilizado em outro ponto de equilíbrio que se julga mais satisfatório.

Neste caso, podemos resumir os principais constrangimentos responsáveis pela tradição do ensino dos quadriláteros, em três níveis:

1. Nível epistemológico - a) o longo domínio das conotações de geometria intuitiva, científica e dedutiva, no desenvolvimento histórico; b) a tardia emergência da geometria das transformações, no século XIX; c) a relativa independência das diferentes abordagens, o que permitiu manter a geometria das transformações fora do currículo escolar até recentemente; d) a dificuldade dos problemas que motivaram o nascimento e o desenvolvimento da geometria das transformações (criação das geometrias não-euclidianas).

2. Nível cognitivo - a) existe dificuldade cognitiva, no nível fundamental e médio, para desenvolver os conceitos de objeto geométrico e dos quadriláteros, segundo a geometria das transformações, devido à necessidade de tratar das características invariantes dos objetos. Esta idéia envolve a idéia de movimento e de variações, difíceis de serem produzidas no ambiente usual do papel, lápis e livro texto; b) os estudantes de nível médio estão no nível cognitivo básico, em Geometria, de acordo com a Teoria de Van Hiele; c) os estudantes não demonstram habilidades de observação, análise e registro, que fazem parte do método científico; d) os estudantes têm poucas experiências anteriores com computadores e não conhecem os recursos do *software* utilizado.

3. Nível didático - a) aos professores, parece que é suficiente e satisfatório, na 5ª série do nível fundamental, relacionar figuras prototípicas, do livro texto, com suas denominações; b) não se retorna a esses conteúdos durante o currículo escolar; d) é atribuído *status*

inferior, no ensino da Matemática, para a Geometria e, no interior da Geometria, para os quadriláteros, conhecimento que aparentemente só depende de visualização e memorização; e) existe uma concepção de ensino de geometria que a restringe à geometria intuitiva e científica, na escola básica; f) poucas escolas disponibilizam Laboratório de Recursos Computacionais para as aulas de Matemática e poucas escolas têm acesso aos *softwares* de geometria dinâmica necessários para desenvolver a experiência planejada.

III. Análise a priori da experiência didático-pedagógica e concepção

A fase da Análise a priori, segundo Artigue (1996), comporta uma parte descritiva e uma parte preditiva. É preciso descrever as escolhas efetuadas, definindo variáveis de comando, no âmbito global, mais amplo e mais geral, e no âmbito local, descrevendo cada atividade proposta.

As primeiras escolhas dizem respeito a *variáveis globais*, aquelas que se referem à organização global da Engenharia. Neste caso, são elas:

1. deixar explícita a mudança da geometria intuitiva e científica para a geometria das transformações, enfatizando a idéia de movimento;
2. utilizar computadores e *softwares(?)* de geometria dinâmica, fazendo opção pelo Geometricks[2], por ser de baixo custo e de fácil manuseio ;
3. introduzir o estudo dos quadriláteros pelas noções de transformações geométricas (translação, rotação, ampliação/redução); associar transformações geométricas com movimentos do *software*;
4. definir cada quadrilátero como um objeto com certas características invariantes pela ação dos movimentos do *software*; entender cada figura representante de um quadrilátero como um membro de uma família de figuras com características invariantes;

[2] O *software* Geometricks foi criado na Dinamarca, por Viggo Sado, e traduzido para o português pelos professores Marcelo de Carvalho Borba e Miriam Godoy Penteado, da Universidade Estadual Paulista. Ele possibilita a construção de objetos geométricos, como os quadriláteros nos quais estamos interessados, a partir de informações dadas sobre suas características básicas. Os objetos construídos podem ser movimentados na tela, livremente. Também existem recursos para calcular distâncias e diferentes medidas (ângulos, áreas). É possível passar da tela livre para outra, dotada de coordenadas, abrindo possibilidades para a Geometria Analítica. Há também recursos para se trabalhar com fractais (http://www.igce.unesp.br/igce/pgem/gpimem.html).

Formatado

5. situar os alunos na classificação por níveis de Van Hiele e esperar uma alteração neste *status*; limitar a experiência ao nível 2 da escala de Van Hiele, não adentrando nos níveis dedutivos;

6. trabalhar, em sala de aula, sempre conectando os dois meios, a tela e o papel, propondo questões e tendo como referência definições formais contidas em livros didáticos de 5ª série.

A partir dessas escolhas globais, partimos para um Plano de Ações onde intervêem as escolhas locais. O Plano se apresenta numa seqüência de ações, desenvolvidas em cinco encontros, de duas horas. Organizamos estas ações tendo como ponto de partida questões de controle, adaptadas do texto de Artigue (1996, p.206), que ajudam a prever os comportamentos dos alunos, mostrando de que forma a análise efetuada permite controlar as relações entre o sentido das suas realizações e as situações didáticas propostas.

IV. Hipóteses

As escolhas locais estão articuladas com previsões a respeito do comportamento dos alunos. Ao mesmo tempo em que explicamos como se vai tentar desenvolver um controle das relações entre os sentidos dos comportamentos dos alunos e as situações didáticas propostas, formulamos hipóteses que serão comparadas com os resultados finais, contribuindo para validação da Engenharia. Procuramos deixar claro, nas setas do Mapa da Engenharia, que, cronologicamente, tomar decisões e formular hipóteses são ações simultâneas. Antes do Plano, as hipóteses estão implícitas. Tornam-se explícitas e verbalizadas após o delineamento do Plano de Ação, quando se tem idéia do todo.

Para efeitos de validação, as hipóteses não podem ser muito amplas, a ponto de por em jogo processos de aprendizagem, a longo prazo. Ao expressá-las, é preciso ter consciência de que vamos voltar a elas, durante a experimentação, checando-as, inquirindo-as. Será que o Plano funciona? Será que nossas hipóteses são válidas?

Neste caso, nossas hipóteses foram assim formuladas:

1) Em nível cognitivo, acreditamos que, com este conjunto de ações, os alunos vão adquirir conhecimentos sobre quadriláteros, harmonizando as componentes conceitual e figural. Em termos dos níveis de Van Hiele, acreditamos que eles passem do nível básico para o nível 2, reconhecendo quadriláteros e relacionando-os entre si.

2) Os conhecimentos de Geometria produzidos no meio informatizado, com auxílio do *software* Geometricks, constituem campo mais amplo do que aquele que é tratado nos livros didáticos de 5ª série. A transposição de conhecimentos do meio informatizado para o papel é natural. Quem aprende Geometria com auxílio de um *software* dinâmico, vai ter oportunidade de inter-relacionar uma maior quantidade de conceitos, tornando-se apto para responder as questões dos livros didáticos tradicionais. Igualmente, os conceitos apresentados nos livros didáticos podem servir como roteiro para atividades desenvolvidas com *softwares*.

3) A falta de familiaridade dos alunos com os computadores pode ser superada com planejamento de atividades simples, iniciando com uma aula mais livre, para conhecimento do *menu*. O Geometricks é de fácil utilização.

V. Experimentação

Durante o período de cinco encontros, desenvolvidos em 5 semanas, coletamos informações, analisadas em Seminário do Grupo. A turma tinha quatro períodos de aula por semana. Dois deles foram destinados ao Projeto. As aulas foram às terças, à tarde. O Grupo de Trabalho reunia-se às quintas.

Muito cedo, concomitantemente à experimentação, foi iniciada a Análise a posteriori e a validação das hipóteses. O professor em ação não espera para analisar o trabalho após concluí-lo. Para o Grupo, a fase de experimentação, acompanhada pelos Seminários, constituiu-se na própria análise *a posteriori*, teve como efeito algumas modificações e apontou os caminhos da validação.

Durante a experimentação, coletamos e organizamos um *corpus* de pesquisa variado, composto por produção dos alunos, registro de perguntas, dúvidas e erros constatados durante o acompanhamento de suas ações e diários de classe dos ministrantes. A análise desse material é essencial para a etapa da validação.

Neste artigo, pelo pouco espaço de que dispomos, não apresentaremos detalhes da análise do *corpus*, trazendo, adiante, apenas alguns exemplos.

Na primeira aula, iniciamos deixando os alunos brincarem livremente com o *software*. Estavam divididos em duplas, cada dupla com um micro. Pouco a pouco, transmitimos a todos um desafio: criar uma obra de arte, na tela do computador, a partir de três figuras dadas: um quadrado, um retângulo e um círculo[3]. Esse trabalho proporcionou a necessária familiarização com o *menu*, com os movimentos e com os recursos de reprodução de figuras.

Entre as obras de arte, encontramos carros, bicicletas, palhaços e composições impressionistas que lembraram Picasso e Mirò. O grupo ministrante aproveitou para sugerir um passeio pela Internet, para conhecer esses pintores com algumas de suas obras.

Ao final da aula encontramos condições para formular e responder o problema gerador desta ação: "O que é uma Transformação Geométrica no plano? Como explicar a translação, a rotação, a ampliação e a redução?" Alguns alunos, com auxílio de telão, mostraram aos demais como criaram suas "obras de arte". Enquanto eles explicavam os movimentos, estes eram nomeados. Ao fim da exposição, todos receberam uma folha de papel com o título "Transformações Geométricas" e as palavras "translação, rotação, ampliação e redução". Escreveram sobre o efeito dessas transformações no quadrado. Encontramos respostas tais como: *a rotação faz o quadrado girar; a ampliação faz o quadrado aumentar; com a translação o quadrado se mexe na tela sem aumentar nem girar; o quadrado pode ficar muito pequeno ou muito grande; o quadrado fica sempre quadrado.*

Esta atividade se desenvolveu, tendo como objetivos a compreensão visual dos efeitos dos movimentos no plano e o reconhecimento dos termos matemáticos que os designam.

O controle dos alunos sobre suas próprias ações foi assegurado na sua participação na exposição oral e na análise das produções individuais – "obra de arte" e folha escrita - devolvidas e comentadas na aula seguinte. Em todas as aulas, pode-se dar aos alunos o controle sobre suas ações e descobertas, com as seguintes atitudes: iniciar sempre pela exposição, breve, do que vamos fazer, por que e qual é a produção final esperada; prestar acompanhamento constante durante as ações; fechar com exposição oral, em grande grupo, resumindo os resultados; recolher sempre produção, analisar durante a semana, devolver e comentar no início da aula seguinte.

A segunda aula partiu do seguinte problema: "Qual é o efeito das transformações geométricas sobre os demais quadriláteros?"

Foram oferecidos, como recursos, uma COLEÇÃO DE FIGURAS pré-construídas, na tela do Geometricks, cada uma delas identificada com seu nome correto: um quadrado, um retângulo, um paralelogramo, um losango, um trapézio e um quadrado qualquer. Entregamos também uma folha de papel com tabela em duas colunas: Objeto Geométrico X Invariantes. Os alunos

[3] As figuras foram construídas previamente a partir de primitivas disponibilizadas pelo programa em seus diferentes *menus* – pontos, retas, círculos, retas paralelas, retas perpendiculares, transformações geométricas. Partimos do princípio da "estabilidade sob a ação de movimentos".

Formatado

movimentaram as figuras, observaram e, algumas vezes usando recursos de medida, do *software*, identificaram e listaram características invariantes[4].

Para isso, é preciso conhecer os movimentos do *software* e relacioná-los com transformações geométricas. O que havia sido feito na aula anterior foi reforçado. É preciso também ter noções de ângulos, medidas e relações entre segmentos de reta: retas paralelas e perpendiculares. Os termos que não vieram à tona, espontaneamente, foram sugeridos pelo ministrante.

Ao final da aula, um aluno apresentou seus resultados aos demais, com auxílio do telão, de modo a que todos compartilhassem de suas descobertas. Nesta exposição, passamos a usar o termo "família" para designar os quadriláteros, salientando que cada figura, na tela, é representante de uma grande família de figuras com as mesmas características. Duas figuras fazem parte de uma mesma família quando uma delas pode ser transformada na outra, pelas transformações geométricas.

Podem-se distinguir duas fases, na resolução do problema da aula: uma de manipulação das figuras, observação e questionamento e outra de formalização escrita.

O problema de partida, na Aula 3, foi o de representar no papel, de diferentes maneiras, as seguintes famílias: trapézio, paralelogramo, retângulo, losango, quadrado. Os alunos consultaram a Tabela elaborada na Aula 2 e criaram figuras, consultando a COLEÇÃO DE OBJETOS apresentada na tela e agindo sobre eles, novamente, com movimentos do plano. Reforçamos constantemente os termos "família", "invariantes" e "transformações geométricas".

Na Aula 4, pedimos para identificar os quadriláteros representados por figuras delineadas no papel. Nesta aula, colocamos novamente a questão A (em Anexo). Incentivamos os alunos a expressar sua primeira intuição sobre a denominação da figura dada no papel, para depois confirmá-la com auxílio da COLEÇÃO DE FIGURAS, manipulando-a convenientemente.

Na Aula 5, pedimos relações entre os diferentes quadriláteros. Para isso, recorremos a questões clássicas extraídas dos livros didáticos consultados. Porém, como logo vamos explicar, algumas das respostas obtidas diferem das do livro, quando as questões são analisadas no ambiente informatizado.

Exemplo de questões formuladas:

---

[4] Cada quadrilátero é representado por uma coleção de "desenhos em movimento", e os invariantes são as propriedades geométricas intrínsecas ao conceito.

Entre as sentenças seguintes, quais são verdadeiras e quais são falsas:

Todo paralelogramo é quadrilátero; nenhum paralelogramo é trapézio.

Todo retângulo é paralelogramo; todo paralelogramo é retângulo.

Todo quadrado é retângulo; todo quadrado é losango.

Todo retângulo é quadrado; existem paralelogramos que são retângulos.

Existem retângulos que são quadrados; existem losangos que são quadrados.

Para resolver esta questão, a estratégia natural do aluno é recorrer novamente à COLEÇÃO DE OBJETOS da 24aula 2; localizar um quadrilátero qualquer e verificar que, com alguns movimentos, obtém um paralelogramo; localizar um paralelogramo e verificar que pode transformá-lo em retângulo; localizar um losango e transformá-lo num quadrado. A idéia de inclusão emerge da idéia de transformação. Cada sentença é analisada nos movimentos da tela.

Para esta questão são necessários saberes e fazeres das aulas anteriores: a idéia de famílias de quadriláteros, a idéia de movimento e de transformação. O objetivo é a harmonização das componentes figural e conceitual.

VI. Análise *a posteriori*

As investigações que recorrem à experimentação em sala de aula, muitas vezes, incluem uma avaliação externa de grupos experimentais ou grupos(?) de testemunho diferentes, para verificar sua validade. Na Engenharia Didática, *a validação é essencialmente interna, fundada no confronto entre a análise a priori e a análise a posteriori* (Artigue, 1996, p. 197). Para esta autora, o confronto destas duas análises, *a priori* e *a posteriori*, consiste em investigar aquilo que foi considerado nas hipóteses e que, na prática, sofreu distorções, deixando de ser válido.

A idéia-chave, neste artigo, é mostrar o quanto a caminhada proposta pela Engenharia Didática contribui para a formação do professor e para a produção de conhecimento, justamente (?) em razão da reflexão e do enfrentamento das dificuldades e dos impasses.

Nessa linha, relatamos impasses ocorridos a partir da segunda aula.

Na 24aula 2, buscando identificar os invariantes, nos quadriláteros, sob efeito das transformações geométricas, os alunos atuaram em duplas. Um deles operava com o *software*, movimentando as figuras. O outro anotava as observações.

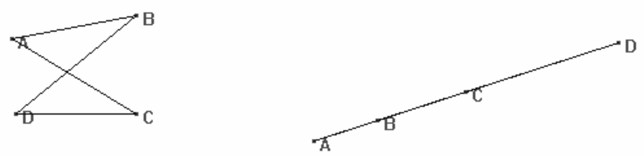
Obtivemos comentários como os seguintes: *eu pensava que um retângulo tinha dois lados pequenos e dois lados grandes, mas vi que ele pode ter os quatro lados iguais; quando o retângulo se move ele pode virar quadrado, mas o quadrado fica sempre quadrado; nunca ouvi este nome paralelogramo; um quadrado virado é um losango.*

Junto a essas descobertas, começaram a surgir outras conclusões indesejáveis.

Ao movimentar o quadrado, primeiro objeto estudado, uma das duplas percebe que *um quadrado pode ter lados e área nulos* (!!), pois o *software* permite reduzir os lados do quadrado a uma situação-limite, na qual o quadrado se reduz a um ponto. Igualmente, os demais quadriláteros podem se colapsar num ponto ou num segmento. Indo mais adiante, o trapézio pode se transformar num paralelogramo, contrariando a definição usual (apenas dois lados paralelos). A sentença *Nenhum paralelogramo é trapézio* é falsa, para os alunos que utilizam o Geometricks, e é verdadeira na maioria dos livros didáticos.

Da mesma forma, o quadrilátero qualquer pode se transformar em figuras que, na geometria euclidiana, não são consideradas como quadrilátero. Para Bianchini (1991), um quadrilátero é um polígono de quatro lados e um polígono, por sua vez, é uma linha poligonal fechada simples. Naquele livro, a partir de ilustrações, fica claro que dois lados de um polígono só se interceptam nos vértices e que cada vértice consiste na interseção de dois lados.

Ou seja, as figuras abaixo relacionadas, encontradas pelos alunos a partir de um quadrilátero qualquer, sob efeito dos movimentos do *software*, não representam um quadrilátero. A primeira, porque os lados se interceptam num ponto fora dos 4 vértices. A segunda por que os lados se superpõem, sendo que sua interseção não é um vértice, mas um lado, inteiro, AD.



Refletindo sobre o problema, concluímos que o recurso da “estabilidade sob a ação de movimentos” (Gravina,2001), já explicado anteriormente, tem muitas limitações. Ou essas limitações devem ser salientadas, ou as definições usuais dos quadriláteros precisam ser revisadas. Não é possível transpor, para a Geometria desenvolvida com *softwares* dinâmicos, as definições propostas nos livros didáticos.

Tais questões invalidam a segunda hipótese, sobre transposição natural do conhecimento entre o meio informatizado e o meio usual, do papel e do livro didático preparado para a geometria estática.

VII.Validação da Engenharia

Consideramos que a hipótese que trata do desempenho cognitivo dos alunos é válida. Os alunos passaram a identificar diferentes quadriláteros, justificando sua escolha numa linguagem matemática correta, embora essa elaboração não se tenha feito de forma tão bem sucedida: continua difícil para alguns enunciar corretamente uma frase completa com termos matemáticos. Todos os alunos reconheceram as figuras e utilizaram a linguagem geométrica correta para nomeá-las. Mas cerca de 80% dos respondentes que demonstraram pouco conhecimento na primeira aplicação das questões A e B (ver nos Anexos) foram bem sucedidos na segunda aplicação. Em textos escritos no meio do processo, os estudantes expressaram noções intuitivas, recém-adquiridas, a respeito das transformações geométricas.

A hipótese 3, neste caso, também é válida. As atividades estavam ao alcance dos alunos. Não houve maiores problemas com o *software*. O Geometricks é realmente de fácil utilização.

No entanto, a hipótese 2 deve ser reformulada. A experiência demonstrou que, ao planejar realizações didáticas utilizando meio informatizado, é preciso um trabalho de adaptação e reflexão sobre os conteúdos dos livros didáticos utilizados no ensino usual. Na mudança de meio, do papel para o meio informatizado, o conhecimento se altera. Estamos associando transformações geométricas com movimentos na tela. No entanto, como foi visto nos exemplos anteriores, esses movimentos conservam invariantes, algumas das características dos objetos da Geometria Euclidiana, mas perturbam algumas outras.. Ou seja, eles não são exatamente as transformações aceitas na definição desta geometria: isometrias e homotetias. Estamos, então, na tela, tratando de outra Geometria. Que Geometria é essa? Esta é uma questão que deixamos em aberto, para outra pesquisa e outro projeto.

Considerações sobre a reprodutibilidade da Engenharia

Pensando na reprodutibilidade desta experiência didática, fomos procurar bibliografia que ajudasse a entender o conflito entre os meios de ensino da Geometria: o papel e a tela.

Pelo lado da Matemática, encontramos Tinoco (1999), que abre possibilidades para redefinir os objetos geométricos. A autora afirma que, para alguns autores, trapézio é um quadrilátero que tem "UM par de lados paralelos" e não "APENAS UM par". Com esta definição, todo paralelogramo é trapézio. Para ela, não há *vantagens nem desvantagens claras para adotar uma ou outra definição de trapézio* (p.62). Nesta perspectiva, Pires, Curi e Pietropaolo (2002) definem trapézio como quadrilátero que tem um par de lados paralelos, de tal modo que um *paralelogramo é um tipo particular de trapézio* (p. 213).

Para quem desejar reproduzir as aulas propostas neste artigo, é preciso assumir esta definição de trapézio para poder elaborar um diagrama de inclusão para quadriláteros coerente com a noção de inclusão que está implícita no uso do *software*: uma família A de quadriláteros inclui outra família B, quando as figuras que representam a família A podem se transformar nas figuras que representam a família B. Assim, a família dos trapézios inclui a família dos paralelogramos, na lógica da geometria dos *softwares* dinâmicos, pois todo trapézio pode se transformar num paralelogramo. É fácil ver, porém, que a família dos paralelogramos constitui uma parte da família dos trapézios; o paralelogramo é trapézio muito particular, pois, ao construir-se um trapézio, não se exige que os dois pares de lado opostos sejam paralelos.

Mas, seguindo na lógica da geometria dinâmica, ponto é quadrado! Pois todo quadrado pode se transformar num ponto. E segmento é retângulo! Pois todo retângulo pode se colapsar num segmento retilíneo. É preciso ter segurança para responder aos alunos da escola básica que não, que nestes casos não há como mudar a definição. Nesta hora é preciso confirmar as definições do livro texto e desautorizar o *software*.

Até que ponto se podem revisar definições clássicas da Matemática, optando por uma ou outra, como sugere Tinoco (1999), no caso trapézio? Quais definições podem ser questionadas? Quantas definições, em Matemática, poderiam ser diferentes? Qual é o efeito de uma definição diferente no corpo de conhecimentos no qual ela se encontra? Novamente remetemos estas questões para outros projetos envolvendo alunos de ensino superior.

As hipóteses foram confirmadas? Parcialmente, sim. É indiscutível o avanço que representa, para o ensino e aprendizagem da Geometria, o uso dos *softwares* dinâmicos.

A invalidação da segunda hipótese significa que a Engenharia foi invalidada? Acreditamos que não. Esta hipótese deve ser reformulada. O professor deve estar alerta para o problema da transposição de saberes entre dois diferentes meios de ensino.

As reflexões desencadeadas pelos impasses que surgiram na ação fizeram-nos aprender muito mais a respeito do assunto. O uso de *softwares* não pode ser encarado como uma saída genial para sanar as dificuldades do ensino da Geometria. É fundamental, para quem trabalha com formação de professores, dar-se conta de que a mudança de ambiente afeta o conhecimento-alvo da situação didática. Optar pelos *softwares* dinâmicos significa optar por uma outra concepção de geometria, que não é exatamente a geometria euclidiana do ponto de vista das transformações, é a geometria dos *softwares*. No entanto, o uso dos *softwares* dinâmicos, com os necessários cuidados, é extremamente útil para desenvolver as idéias da geometria das transformações.

É preciso reconhecer a necessidade de estudar mais Matemática e, ao mesmo tempo, criar textos didáticos, diferentes dos tradicionalmente usados na Geometria escolar, adequados para o uso de *softwares*. O professor não se pode iludir sobre o alcance da tecnologia.

Considerações finais

Este projeto de ação pedagógica investigativa constituiu-se como atividade formadora de professores, mas foi além, tornando-se atividade de pesquisa, atividade prática docente, atividade de extensão universitária e atividade de ensino e aprendizagem de Matemática.

Ao pensar a formação de professores na junção da ação com a investigação, estamos na teoria dos professores reflexivos, aqueles que investigam e refletem sobre sua própria prática. Nesta ótica, poderíamos perguntar: os professores refletem sobre o quê?

A metodologia da Engenharia Didática exige e organiza a reflexão em diferentes níveis. Neste caso, já relatamos reflexões sobre os conteúdos a serem ensinados. Os alunos/mestres pensaram a Geometria, aprenderam mais Geometria, buscaram bibliografia recente a respeito do ensino de Geometria, leram, discutiram e incorporaram novos conceitos, teorias e idéias de autores não conhecidos.

Também constam deste artigo as reflexões da esfera didática, quando o assunto gira em torno do modo como o conteúdo em pauta é tradicionalmente ensinado e sobre possibilidades e limites para implementação de mudanças. Comentamos também as reflexões sobre questões de âmbito cognitivo, com observação, registro e análise da produção em sala de aula, cruzando os dados com resultados de teorias já estabelecidas.

Com relação à formação, as competências do professor devem estar no centro do currículo. Pensando nelas, desenvolvemos, na UFRGS, esta experiência, no interior de uma disciplina oferecida pelo Departamento de Matemática, sob orientação e coordenação de uma professora de Matemática. Entre as competências, privilegiamos aquelas referentes aos conteúdos e seus significados, em nível epistemológico, cognitivo e didático, e ao conhecimento de processos de investigação que possibilitem tornar a sala de aula um laboratório de aprendizagem e de desenvolvimento profissional.

Pensando na formação continuada do professor em nível de Mestrado Profissionalizante, este trabalho traz um exemplo de como desenvolver pesquisa educativa articulada com ação docente e com elaboração de material reprodutível, contribuindo para a melhoria do ensino nos níveis básicos.

A experiência que descrevemos neste artigo, na sua simplicidade e com todas as suas restrições – de tempo, de número de participantes, de conteúdo e de volume de conteúdo -, constitui apenas um exemplo, entre tantas possibilidades, de ação pedagógica investigativa, referenciadas na Engenharia Didática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996, p.193-217.

ARTIGUE, Michèle. Didactical Engineering as a framework for the conception of teaching products. In:BIEHLER, Rolf; SCHOLZ, Roland; STRÄSSER, Rudolf; WINKLEMANN, Bernard. Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline.Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994, 470 p.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**, 5ª série. São Paulo: Moderna, 1991, 3ed, 217 p..

BIGODE, Antonio José Lopes. **Matemática Atual**, 5ª série. São Paulo: Atual, 1994, 220p.

EVES, Howard. **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**. **Geometria.** S.Paulo: Atual, 1992, v.3, 77p.

GRAVINA, Maria Alice. Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria**. VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, 1999.**

GRAVINA, Maria Alice. Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo. Tese de Doutorado em Informática na Educação. UFRGS, 2001, 260 p.

LABORDE, Colette e CAPPONI, Bernard. Aprender a ver e a manipular o objeto geométrico além do traçado no Cabri-Géomètre. **Em Aberto**, Brasília, ano 14, n.62, p.51-62, 1994..

LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert. (Org.) **Aprendendo e Ensinando Geometria.** S.Paulo: Atual, 1994, 308 p.

NASSER, Lílian. O desenvolvimento do raciocínio em Geometria. **Boletim GEPEM**, Grupo de Estudos e pesquisas em Educação Matemática, Rio de Janeiro, p93-99, 1990.

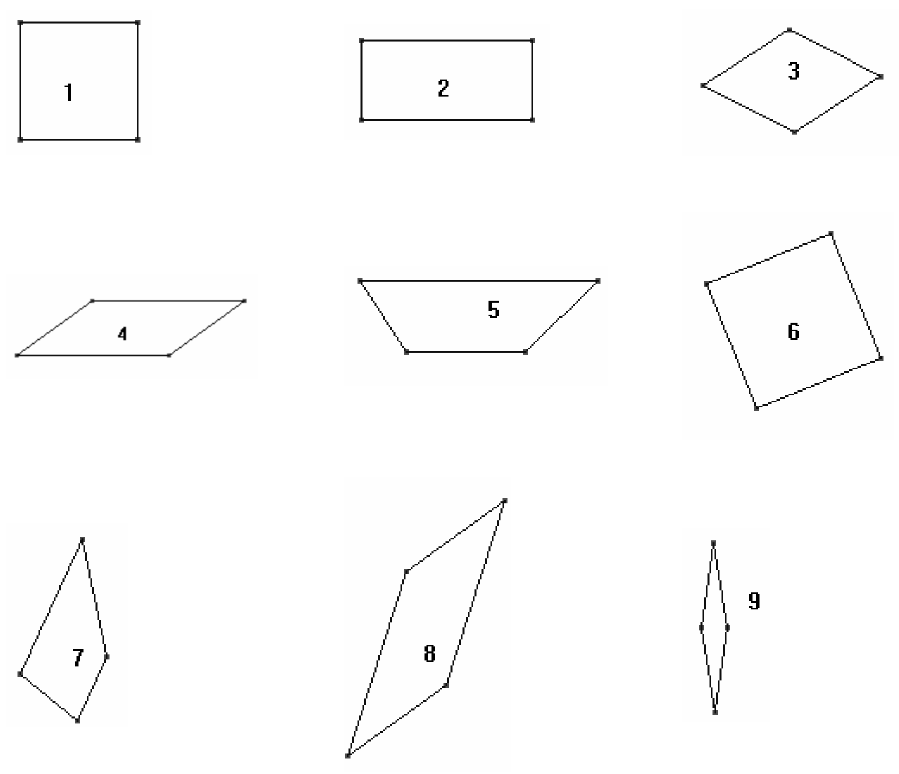
PCN. Parâmetros Curriculares Nacionais para Ensino Fundamental, 1997.

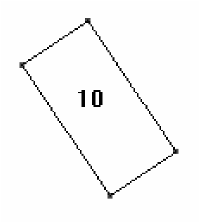
PIRES, Célia Carolino; CURI, Edda; PIETROPAOLO, Ruy. **Educação Matemática.** S.Paulo: Atual, 5ª série, 2002

TINOCO, Lúcia. **Geometria Euclidiana por meio da Resolução de Problemas**. Rio de Janeiro, Inst. de Matemática/UFRJ, Projeto Fundão, 1999, 176 p.

Software Geometricks- www.rc.unesp.br/igce/matematica/bolema

ATIVIDADE A **Observe as figuras abaixo e complete o quadro a seguir:**





Denominações	N°da(s) Figura(s)	Justificativa(s)
Losango		
Paralelogramo		
Quadrado		
Retângulo		
Trapézio		

ATIVIDADE B

1) Um quadrilátero tem as seguintes características: **um par de lados opostos paralelos.**

a) Dê exemplos de figuras com essas características.

b) Esse quadrilátero tem uma denominação especial. Sabes qual é?

2) Um quadrilátero tem as seguintes características: **quatro ângulos iguais.**

a) Dê exemplos de figuras com essas características.

b) Esse quadrilátero tem uma denominação especial. Sabes qual é?

c) Os quatro lados são, necessariamente, iguais?

3) Um quadrilátero tem as seguintes características: **quatro lados iguais.**

a) Dê exemplos de figuras com essas características.

b) Esse quadrilátero tem uma denominação especial. Sabes qual é?

c) Os quatro ângulos são, necessariamente, iguais?

4) Um quadrilátero tem as seguintes características: **lados opostos paralelos.**

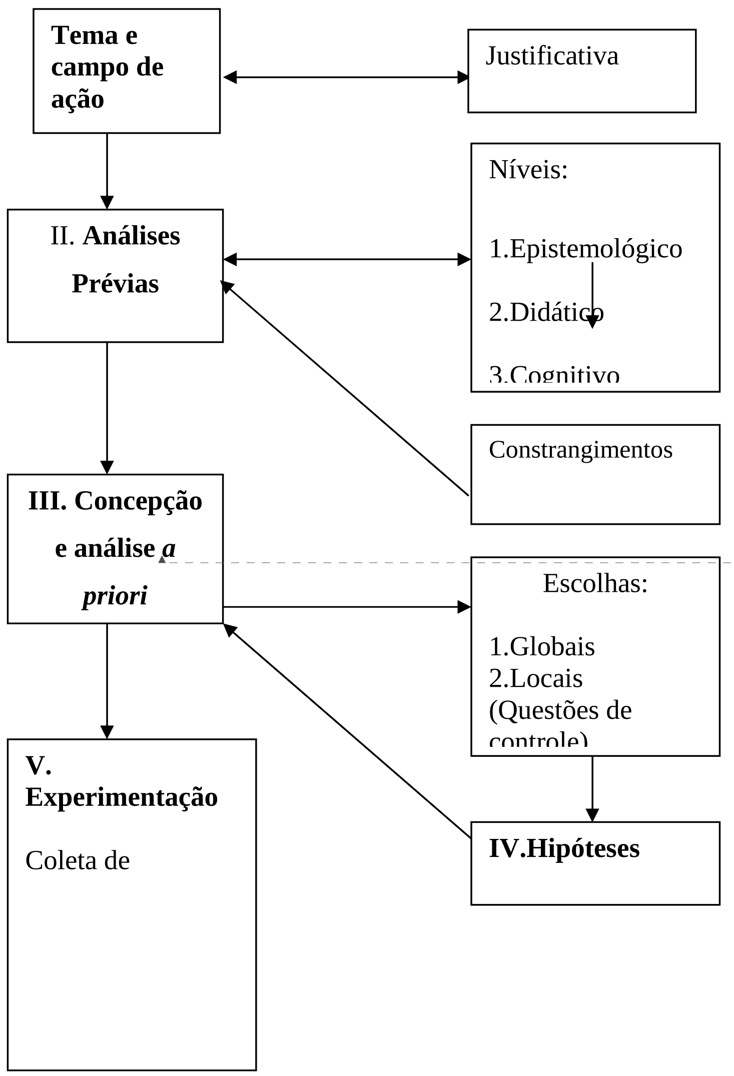
a) Dê exemplos de figuras com essas características.

b) Esse quadrilátero tem uma denominação especial. Sabes qual é?

5) Um quadrilátero tem as seguintes características: **quatro lados iguais e quatro ângulos iguais.**

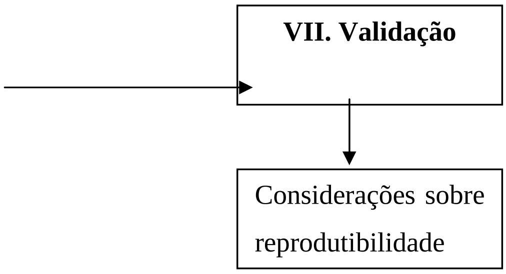
a) Dê exemplos de figuras com essas características.

b) Esse quadrilátero tem uma denominação especial. Sabes qual é?



Formatado

Formatado


VII. Validação
Considerações sobre reprodutibilidade